

平成 30 年度 岡山学芸館高等学校 選抜 1 期入試【2 月 1 日】 解答解説 (数学)

1

- 【正解】 ① 13 ② -9 ③ $-a-10b$ ④ $-2ab$ ⑤ -3 ⑥ $(x=)5$ ⑦ $(y=-)6$
 ⑧ $56\pi(\text{cm}^2)$ ⑨ $\frac{3}{10}$ ⑩ 36°

【解説】

- ⑤ $(\sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{6}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6})^2 = 3 - 6 = -3$
 ⑥ $x^2 - 10x + 25 = 0, (x-5)^2 = 0, x=5$
 ⑦ $y = ax$ に $x=2, y=3$ を代入して, $3 = a \times 2, a = \frac{3}{2}$ $y = \frac{3}{2}x$ に $x=-4$ を代入して, $y = \frac{3}{2} \times (-4) = -6$
 ⑧ 底面積は, $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ 側面積は, $3 \times 2\pi \times 4 = 24\pi(\text{cm}^2)$ よって, 表面積は, $16\pi \times 2 + 24\pi = 56\pi(\text{cm}^2)$
 ⑨ 5 個の玉を, 赤₁, 赤₂, 白₁, 白₂, 白₃ とすると, 取り出し方は, (1 番目, 2 番目) = (赤₁, 赤₂), (赤₁, 白₁), (赤₁, 白₂), (赤₁, 白₃), (赤₂, 赤₁), (赤₂, 白₁), (赤₂, 白₂), (赤₂, 白₃), (白₁, 赤₁), (白₁, 赤₂), (白₁, 白₂), (白₁, 白₃), (白₂, 赤₁), (白₂, 赤₂), (白₂, 白₁), (白₂, 白₃), (白₃, 赤₁), (白₃, 赤₂), (白₃, 白₁), (白₃, 白₂) の 20 通り。そのうち、赤玉, 白玉の順であるのは, 下線をつけた 6 通り。よって, 確率は, $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
 ⑩ 弧 BC の長さは弧 AB の長さの 3 倍だから, $\angle BDC = 18^\circ \times 3 = 54^\circ$ よって, $\angle x = \angle ECD = 180^\circ - (90^\circ + 54^\circ) = 36^\circ$

2

- 【正解】 ①(ア) $15-x-y$ (イ) $100y+10x$ (ウ) $100x+10y$
 ② 276

【解説】

- ① 各位の数の和は 15 だから, 一の位の数は, $15-x-y$ と表される。これより, もとの数は, $100x+10y+15-x-y$, 十の位の数と百の位の数を入れかえた数は, $100y+10x+15-x-y$ となる。
 ② ①の連立方程式を解くと, $x=2, y=7$ 一の位の数は, $15-2-7=6$ より, 3けたの自然数は, 276

3

- 【正解】 ① (8, 0) ② $y = \frac{9}{2}x - 6$ ③ 30 ④ $y = -\frac{7}{2}x + 22$

【解説】

- ① $y = -3x + 24$ と $y = -\frac{1}{2}x + 4$ の交点だから, $-3x + 24 = -\frac{1}{2}x + 4, x=8$ $x=8$ を $y = -3x + 24$ に代入すると, $y=0$
 よって, 点 C の座標は, (8, 0)
 ② A(4, 12), B(2, 3) より, 直線 AB は, 傾きが, $\frac{12-3}{4-2} = \frac{9}{2}$ で, B(2, 3) を通るから, $y = \frac{9}{2}x + b$ とおいて,
 $x=2, y=3$ を代入すると, $3 = \frac{9}{2} \times 2 + b, b = -6$ よって, $y = \frac{9}{2}x - 6$
 ③ 直線 AB と x 軸との交点を点 E とすると, $0 = \frac{9}{2}x - 6, x = \frac{4}{3}$ よって, 点 E の座標は, $(\frac{4}{3}, 0)$
 $\triangle ABC = \triangle AEC - \triangle BEC = \frac{1}{2} \times (8 - \frac{4}{3}) \times 12 - \frac{1}{2} \times (8 - \frac{4}{3}) \times 3 = 40 - 10 = 30$

- ④ $y = -\frac{1}{2}x + 4$ に $x=6$ を代入して, $y = -\frac{1}{2} \times 6 + 4 = 1$ よって, D(6, 1) 求める直線と直線 AB との交点を $F(t, \frac{9}{2}t - 6)$ とし,
 直線 BC 上に x 座標が t である点 G $(t, -\frac{1}{2}t + 4)$ をとる。 $FG = (\frac{9}{2}t - 6) - (-\frac{1}{2}t + 4) = 5t - 10$ より, $\triangle FBD = \triangle FBG + \triangle FDG$
 $= \frac{1}{2} \times (5t - 10) \times (t - 2) + \frac{1}{2} \times (5t - 10) \times (6 - t) = 10t - 20$ $\triangle FBD = 30 \div 2 = 15$ のとき, $10t - 20 = 15, t = \frac{7}{2}$ よって, $F(\frac{7}{2}, \frac{39}{4})$
 したがって, 直線 DF の式は, 傾きが $(1 - \frac{39}{4}) \div (6 - \frac{7}{2}) = -\frac{7}{2}$ で, D(6, 1) を通るから, $y = -\frac{7}{2}x + c$ とおいて, $x=6, y=1$ を代入すると, $1 = -\frac{7}{2} \times 6 + c, c = 22$ よって, $y = -\frac{7}{2}x + 22$

4

- 【正解】 ① 61(個) ② $2n^2 - 2n + 1$ (個) ③ 16(番目の図形)

【解説】

- ① 白のいちよう形の模様の個数はタイルの枚数と同じだから, $6 \times 6 = 36$ (個) 黒のいちよう形の模様は, 4 枚のタイルが合わさってできるから, その個数は縦も横もそれぞれタイルの枚数より 1 個少ない。よって, $5 \times 5 = 25$ (個) したがって, $36 + 25 = 61$ (個)
 ② ①より, 白のいちよう形の模様の個数は n^2 個であり, 黒のいちよう形の模様の個数は $(n-1)^2$ 個だから,
 $n^2 + (n-1)^2 = n^2 + n^2 - 2n + 1 = 2n^2 - 2n + 1$ (個)
 ③ 求める図形を n 番目の図形とすると, ②より, $n^2 - (n-1)^2 = 31, 2n - 1 = 31, 2n = 32, n = 16$
 よって, 16 番目の図形である。

5

- 【正解】 ①(ア) (2) (イ) (5) (ウ) (10) (エ) (13) ②(オ) 8 (カ) 2

- ③(キ) $8\sqrt{7}$ (ク) $2\sqrt{14}$ ④ $\frac{3\sqrt{7}}{7}(\text{cm}^2)$

【解説】

- ②(オ) $\angle ADB$ は直径に対する円周角だから, $\angle ADB = 90^\circ$, 仮定より $\angle DAB = \angle DAE$ だから, $\triangle ABD \equiv \triangle AED$
 よって, $AE = AB = 8(\text{cm})$
 (カ) $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ より, $BD = ED$ $\triangle BEC \sim \triangle ABD$ より, $CE : DB = BE : AB, CE : 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} : 8, 8CE = 16, CE = 2(\text{cm})$
 ③(キ) AE を底辺とみると, $\angle ACB = 90^\circ$ だから, $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{7} = 8\sqrt{7}(\text{cm}^2)$
 (ク) BE を底辺とみると, $\triangle ABE$ の面積は, $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times AD = 8\sqrt{7}, AD = \frac{4\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$
 ④ ①(ii) (iii) より, $\angle BAD = \angle CBD$ よって, $\triangle BDG \sim \triangle ADB, BD : AD = 2\sqrt{2} : 2\sqrt{14} = 1 : \sqrt{7}$ より,
 $BG = \frac{1}{\sqrt{7}} AB = \frac{\sqrt{7}}{7} \times 8 = \frac{8\sqrt{7}}{7}(\text{cm})$ $CG = BC - BG = 2\sqrt{7} - \frac{8\sqrt{7}}{7} = \frac{6\sqrt{7}}{7}(\text{cm})$
 $CG : BG = \frac{6\sqrt{7}}{7} : \frac{8\sqrt{7}}{7} = 3 : 4$ より, $\triangle DCG = \frac{3}{7} \triangle BCD$
 $BD : BE = 1 : 2, CE : AE = 1 : 4$ より, $\triangle DCG = \triangle ABE \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3\sqrt{7}}{7}(\text{cm}^2)$