平成 30 年度　岡山学芸館高校　選抜１期入試【2月2日】　解答解説（数学）

1

【正　解】　① -5　② 18　③ $2a-16b$　④ $-5b^2$　⑤ $2\sqrt{2}-13$　⑥ $(x=)\pm\frac{3}{4}$　⑦ $y=-\frac{2}{3}x+1$

⑧ $\frac{1}{3}$　⑨ $24\pi(\text{cm}^3)$　⑩ $49(^\circ)$

【解　説】

⑤ $(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+5)=(\sqrt{2})^2+(-3+5)\sqrt{2}-3\times5=2+2\sqrt{2}-15=2\sqrt{2}-13$

⑦ $2x+3y-1=0$ より $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$　これと平行だから，$y=-\frac{2}{3}x+b$ とおき，$x=-6$，$y=5$ を代入して，$b=1$ より $y=-\frac{2}{3}x+1$

⑧ $a+2b$ が 3 の倍数となるのは，$(a,\ b)=(1,\ 1)$，$(1,\ 4)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 5)$，$(3,\ 3)$，$(3,\ 6)$，$(4,\ 1)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 2)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 3)$，$(6,\ 6)$ の 12 通り。よって，確率は，$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

⑨ 求める立体は，底面の円の半径が 2cm，高さが 6cm の円柱だから，体積は，$\pi\times2^2\times6=24\pi(\text{cm}^3)$

⑩ △DEC は二等辺三角形だから，$\angle\text{ECD}=(180^\circ-48^\circ)\div2=66^\circ$　点 E を通り AB に平行な直線を引くと，平行線の錯角より，$\angle\text{CEF}=66^\circ+16^\circ=82^\circ$　△CEF は二等辺三角形だから，$\angle x=(180^\circ-82^\circ)\div2=49^\circ$

2

【正　解】　①(ア)　1400　(イ)　25　(ウ)　5600　②　A さん　(分速)120(m)，B さん　(分速)80(m)

【解　説】

①　A さん，B さんの走った時間はそれぞれ 25 分。B さんが速さを 2 倍にするまでに走った時間は $\frac{1400}{y}$ 分だから，B さんが走った道のりは $\left\{1400+2y\left(25-\frac{1400}{y}\right)\right\}$ m と表される。また，A さんと B さんは 4 回すれ違ったから，2 人が走った道のりの合計は，$1400\times4=5600$(m)

②　(1)より，$x+y=200\cdots(3)$　(2)より，$x+2y=280\cdots(4)$　(3)，(4)より，$x=120$，$y=80$
よって，A さん，B さんの出発したときの走る速さは，それぞれ分速 120m，分速 80m

3

【正　解】　① $(a=)24$　② $y=\frac{1}{2}x-4$　③ 66　④ $\left(\frac{19}{2},\frac{3}{4}\right)$

【解　説】

①　点 A の座標は(4，6)より，$a=xy=4\times6=24$

②　B(8，0)，D(−4，−6)より，直線 BD の式は，傾きが，$\frac{0-(-6)}{8-(-4)}=\frac{1}{2}$ で，B(8，0)を通るから，$y=\frac{1}{2}x+b$ とおき，$x=8$，$y=0$ を代入して，$0=\frac{1}{2}\times8+b$，$b=-4$　よって，$y=\frac{1}{2}x-4$

③　直線 BD と y 軸との交点を F とすると，F(0，−4)　よって，$\text{CF}=7-(-4)=11$ より，$\triangle\text{BCD}=\triangle\text{BCF}+\triangle\text{DCF}=\frac{1}{2}\times11\times8+\frac{1}{2}\times11\times4=66$

④　$\triangle\text{ABC}=\triangle\text{OAB}+\triangle\text{OAC}-\triangle\text{OBC}=\frac{1}{2}\times8\times6+\frac{1}{2}\times7\times4-\frac{1}{2}\times8\times7=10$ より，$\triangle\text{ABE}=16-10=6$

点 E の座標を $\left(t,\frac{1}{2}t-4\right)$ とする。点 A を通り y 軸に平行な直線と直線 BD との交点を G とすると，点 G の y 座標は，$y=\frac{1}{2}x-4$ に $x=4$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times4-4=-2$　G(4，−2)より，$\text{AG}=6-(-2)=8$

よって，$\triangle\text{ABE}=\triangle\text{AEG}-\triangle\text{ABG}=\frac{1}{2}\times8\times(t-4)-\frac{1}{2}\times8\times4=4t-32$　$4t-32=6$ を解いて，$t=\frac{19}{2}$　したがって，$\text{E}\left(\frac{19}{2},\frac{3}{4}\right)$

4

【正　解】　①　37(cm)　②　1702(cm²)　③　7566(cm²)

【解　説】

①　16 枚の紙をはり合わせるということは，縦に 4 枚，横に 4 枚はり合わせるということだから，できた長方形の縦の長さは，$10\times4-1\times3=37$(cm)

②　①のとき，横ののりしろの幅は 2cm だから，できた長方形の横の長さは，$13\times4-2\times3=46$(cm)
よって，できた長方形の面積は，$37\times46=1702(\text{cm}^2)$

③　81 枚の紙をはり合わせるということは，縦に 9 枚，横に 9 枚はり合わせるということだから，できた長方形の横の長さは，$13\times9-(x+1)\times8=109-8x$(cm)　よって，$109-8x=97$，$x=\frac{3}{2}$ より，できた長方形の縦の長さは $10\times9-\frac{3}{2}\times8=78$(cm)だから，できた長方形の面積は，$78\times97=7566(\text{cm}^2)$

5

【正　解】　①(ア)　(6)　(イ)　(5)　(ウ)　(12)　②(エ)　2　(オ)　$\sqrt{2}$　(カ)　$2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$　④ $(ab=)\frac{16\sqrt{2}}{3}$

【解　説】

②(エ)　AB=BC=4cm より，円 O の半径は 2cm である。よって，OD=2cm

(オ)　△COD∽△CEB より，DO : BE=DC : BC，$2:\text{BE}=4\sqrt{2}:4$，$4\sqrt{2}\ \text{BE}=8$，$\text{BE}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ (cm)

(カ)　$\triangle\text{CEB}=\frac{1}{2}\times\text{BE}\times\text{BC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times4=2\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

③　四角形 $\text{ODEB}=\triangle\text{COD}-\triangle\text{CEB}=\frac{1}{2}\times2\times4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

④　$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\times\text{AD}\times\text{BD}=\frac{1}{2}ab(\text{cm}^2)$　また，△ABD と△COD において，それぞれ AB と OC を底辺とみると，高さが等しい三角形の面積の比は底辺の長さの比に等しいから，$\triangle\text{ABD}:\triangle\text{COD}=\text{AB}:\text{OC}=4:(4+2)=4:6=2:3$　$\triangle\text{COD}=4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$ より，

$\triangle\text{ABD}:4\sqrt{2}=2:3$，$3\triangle\text{ABD}=8\sqrt{2}$，$\triangle\text{ABD}=\frac{8\sqrt{2}}{3}\ (\text{cm}^2)$　よって，$\frac{1}{2}ab=\frac{8\sqrt{2}}{3}$，$ab=\frac{16\sqrt{2}}{3}$