

令和2年度 岡山学芸館高等学校 選抜1期入試【1月31日】 解答解説(数学)

1

- 【正解】 ① 13 ② -3 ③ $7a-b$ ④ $4ab$ ⑤ $-3\sqrt{3}$ ⑥ $(x-4)(x+5)$ ⑦ $(x=)\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$
 ⑧ $48\pi(\text{cm}^2)$ ⑨ $\frac{2\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$ ⑩ $\frac{5}{36}$

【解説】

⑤ $\frac{6}{\sqrt{3}} - \sqrt{75} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - \sqrt{5^2 \times 3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

⑦ 解の公式より, $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

⑧ 半径4cmの球の表面積は, $4\pi \times 4^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$ だから, $64\pi \div 2 + \pi \times 4^2 = 32\pi + 16\pi = 48\pi(\text{cm}^2)$

⑨ 3点E, F, Gはそれぞれ辺AB, AC, ADの中点であることより, 立体A-EFGと三角錐A-BCDは相似である。そ

の相似比は1:2なので, 体積比は, $1^3 : 2^3 = 1 : 8$ よって, $\frac{16\sqrt{2}}{3} \div 8 = \frac{2\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

⑩ $\frac{b}{a}$ が2の倍数となるのは, $(a, b) = (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 4), (3, 6)$ の5通り。2つのさいころの目の出方は36通りだから, 求める確率は, $\frac{5}{36}$

2

- 【正解】 ①(ア) $3x+4y$ (イ) $5x+2y$ (ウ) $2x+4y$
 ② セットA...8(箱), セットB...9(箱)

【解説】

① オレンジジュースの総本数は $(5x+2y)$ 本, アップルジュースの総本数は $(3x+4y)$ 本, グレープジュースの総本数は $(2x+4y)$ 本と表すことができる。

② (1)より, $-2x+2y=2$... (3) (2)より, $3x-2y=6$... (4) (3), (4)を連立方程式として解く。

(3)+(4)より, $x=8$ $x=8$ を(3)に代入して, $-16+2y=2$, $y=9$ よって, セットAが8箱, セットBが9箱。

3

- 【正解】 ① $(a=)\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{27}{2}$ ④ $(0, \frac{5}{3})$

【解説】

① 点Aのy座標は, $y=5x-5$ に $x=2$ を代入して, $y=5 \times 2 - 5 = 5$ よって, A(2, 5)

点Aは直線 $y=ax+4$ 上の点だから, $x=2$, $y=5$ を $y=ax+4$ に代入して, $5=2a+4$, $2a=1$, $a=\frac{1}{2}$

② $y=\frac{1}{2}x+4$ に $x=-4$ を代入して, $y=\frac{1}{2} \times (-4) + 4 = 2$

③ 点Aを通り, y軸に平行な直線とx軸との交点をE, 点Cを通り, y軸に平行な直線とx軸との交点をF, 点Aを通り, x軸に平行な直線と直線CFとの交点をGとする。

$\triangle ACB$ は, $AE=GF=5$, $AG=EF=6$ の長方形AGFEから, $\triangle ABE$, $\triangle AGC$, $\triangle BCF$ を除いたものだから,

$$\triangle ACB = 5 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 5 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \right) = 30 - \frac{33}{2} = \frac{27}{2}$$

④ $y=5x-5$ に $y=0$ を代入して, $0=5x-5$, $x=1$ よって, B(1, 0)
 y軸について点Bと対称な点をB'とすると, B'(-1, 0)

AD+DBの長さが最小となる時, 3点A, D, B'は一直線上にあるから, 直線AB'とy軸との交点をDとすればよい。

直線AB'の式は $y=\frac{5}{3}x+\frac{5}{3}$ より, 点Dの座標は $(0, \frac{5}{3})$

4

- 【正解】 ① 16560(cm³) ② 3(cm) ③ 1440(cm³)

【解説】

① 底面が縦24cm, 横30cmで, 高さ23cmの直方体の体積を求めればよいので, $24 \times 30 \times 23 = 16560(\text{cm}^3)$

② ㉞の水が入っていない部分の体積は, $24 \times 30 \times 1 = 720(\text{cm}^3)$ であり, 石の体積は 2160cm^3 だから, ㉞に流れ込んだ水の体積は, $2160 - 720 = 1440(\text{cm}^3)$ である。㉞の底面積は, $24 \times 20 = 480(\text{cm}^2)$ だから, 求める水の深さは, $1440 \div 480 = 3(\text{cm})$

③ ②のあと, ㉞から石を取り出すと, $2160 \div (24 \times 30) = 3(\text{cm})$, ㉞の水面が低くなる。容器を傾けたあとの, ㉞に入っている水を四角柱の形と見ると, 底面の台形の面積は, $30 \times (24 - 3) = 630(\text{cm}^2)$ となる。この台形の, 平行である1組の辺のうちの短い方の辺の長さをpcmとすると, 長い方の辺の長さは, 平行線と線分の比より, $\frac{5}{2} \text{pcm}$ と表せるので, $\frac{1}{2}$

$$\times \left(p + \frac{5}{2}p \right) \times 30 = 630, p = 12 \text{ である。これより, ㉞に入っている水の体積は, } \frac{1}{2} \times 20 \times 12 \times 24 = 2880(\text{cm}^3) \text{ であり,}$$

②より, $2880 - 1440 = 1440(\text{cm}^3)$ となる。

5

- 【正解】 ①(ア) (2) (イ) (8) (ウ) (7) (エ) (12) ②(オ) 6 (カ) 5 (キ) $\frac{30}{11}$ (ク) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$
 ③(ケ) a (コ) 5 (サ) 16

【解説】

②(オ)(カ) OD//CBより, $BF : FO = BC : OD = 6 : 5$

(キ) $BF : FO = 6 : 5$ より, $BF = \frac{6}{6+5} OB = \frac{6}{11} \times 5 = \frac{30}{11}(\text{cm})$

(ク) $\triangle OED \sim \triangle FBC$ より, $OE : FB = ED : BC$, $OE : \frac{30}{11} = \frac{11\sqrt{5}}{4} : 6$, $6OE = \frac{15\sqrt{5}}{2}$, $OE = \frac{5\sqrt{5}}{4}(\text{cm})$

③(ケ) $\triangle AOD$ は $OA=OD$ の二等辺三角形だから, $\angle ODE = a$

$\triangle AOD$ において, 三角形の内角と外角の性質より,

$$\angle BOD = \angle OAE + \angle ODE = a + a = 2a$$

$$\text{仮定より, } \angle OED = \angle BOD = 2a$$

また, $\triangle AOE$ において, 三角形の内角と外角の性質より,

$$\angle AOE = \angle OED - \angle OAE = 2a - a = a$$

(コ)(サ) (ケ)より, $\triangle AOE$ は二等辺三角形だから, $AE = OE = \frac{5\sqrt{5}}{4}(\text{cm})$ より, $AD = \frac{5\sqrt{5}}{4} + \frac{11\sqrt{5}}{4} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\triangle AOE$, $\triangle AOD$ において, それぞれの底辺をAE, ADとみると, 高さが等しいので,

$$\text{面積の比は, } \triangle AOE : \triangle AOD = AE : AD = \frac{5\sqrt{5}}{4} : 4\sqrt{5} = 5 : 16$$