平成２９年度　岡山学芸館高等学校　選抜２期入試　解答解説（数学）

1

【正　解】　①　-7　②　24　③　$-a-7b$　④　$4a^3b$　⑤　$-\sqrt{3}$　⑥　$(x=)\ 3\pm\sqrt{10}$　⑦　$y=3x-9$

⑧　48(°)　⑨　$\dfrac{3}{10}$　⑩　$\dfrac{8}{3}\pi$(cm)

【解　説】

⑧　点Bを通り直線ℓ，mに平行な直線を考えると，平行線の錯角は等しいから，$\angle ABC=45^\circ+21^\circ=66^\circ$
$\triangle ABC$は二等辺三角形だから，$\angle x=180^\circ-66^\circ\times2=48^\circ$

⑨　積が奇数となるのは，(A，B)=(1，5)，(1，7)，(1，9)，(3，5)，(3，7)，(3，9)の６通り。よって，確率は，$\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$

⑩　円の中心をOとすると，円周角の定理より，$\angle AOB=2\angle ACB=96^\circ$　よって，求める弧の長さは，$2\pi\times5\times\dfrac{96}{360}=\dfrac{8}{3}\pi$(cm)

2

【正　解】　①　$\begin{cases}x+y+(x+11)=258\\ y+(x+11)=178\end{cases}$　②　国語80(点)，数学87(点)，英語91(点)

【解　説】

①　英語の得点は$(x+11)$点と表される。(合計)=(平均)×(個数)であることを利用して，３教科の合計点は，$86\times3=258$(点)
よって，$x+y+(x+11)=258$　…(ⅰ)
また，数学，英語の２教科の平均点は，国語，数学，英語の３教科の平均点より３点高かったので，$86+3=89$(点)
よって，数学，英語の２教科の合計点は，$89\times2=178$(点)　したがって，$y+(x+11)=178$　…(ⅱ)

②　(ⅰ)，(ⅱ)を連立方程式として解くと，$x=80$，$y=87$　以上より，国語は80点，数学は87点，英語は，$80+11=91$(点)

3

【正　解】　①　$54\sqrt{3}$ (cm²)　②　$y=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}x$　③　5(秒間)

【解　説】

①　正六角形ABCDEFの中心をOとすると，AB//OCより，$\triangle OAB=\triangle CAB=9\sqrt{3}$ (cm²)
よって，正六角形の面積は，$9\sqrt{3}\times6=54\sqrt{3}$ (cm²)

②　問題の図２より，$0\leqq x\leqq6$のグラフは，(0，0)の点と(6，$9\sqrt{3}$)の点を通る比例のグラフだから，比例定数は，$\dfrac{9\sqrt{3}}{6}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

③　$\triangle ABP$の面積が，$54\sqrt{3}\times\dfrac{2}{9}=12\sqrt{3}$ (cm²)にはじめてなるのは$6\leqq x\leqq9$のときで，そのときのxとyの関係式は，グラフの傾きが，

$\dfrac{18\sqrt{3}-9\sqrt{3}}{9-6}=3\sqrt{3}$ で，点(6，$9\sqrt{3}$)を通るから，$y=3\sqrt{3}x+b$とおいて，$x=6$，$y=9\sqrt{3}$を代入すると，$b=-9\sqrt{3}$
よって，$y=3\sqrt{3}x-9\sqrt{3}$　$y=12\sqrt{3}$を代入して，$12\sqrt{3}=3\sqrt{3}x-9\sqrt{3}$，$x=7$　したがって，７秒後。
$\triangle ABP$の面積が，最後に$12\sqrt{3}$ cm²になるのは$11\leqq x\leqq12.5$のときで，そのときのxとyの関係式は，グラフの傾きが，
$\dfrac{9\sqrt{3}-18\sqrt{3}}{12.5-11}=-6\sqrt{3}$ で，点(11，$18\sqrt{3}$)を通るから，$y=-6\sqrt{3}x+c$とおいて，$x=11$，$y=18\sqrt{3}$を代入すると，$c=84\sqrt{3}$
よって，$y=-6\sqrt{3}x+84\sqrt{3}$　$y=12\sqrt{3}$を代入して，$12\sqrt{3}=-6\sqrt{3}x+84\sqrt{3}$，$x=12$　したがって，12秒後。
以上より，$12-7=5$(秒間)

4

【正　解】　①(ア)　(5)　(イ)　(6)　(ウ)　(4)　(エ)　(9)　②(オ)　12　(カ)　6　③(キ)　$3\sqrt{2}$　(ク)　1　(ケ)　2

④(コ)　$\dfrac{5}{12}$

【解　説】

②(オ)　$\triangle ABD\equiv\triangle CED$より，$CE=AB=12$cm

(カ)　$\triangle ABD\equiv\triangle CED$より，$AD=CD$　よって，$AD=\dfrac{1}{2}AC=6$(cm)

③(キ)　四角形BCDEは平行四辺形なので，DE//CB　よって，$DF:CB=AD:AC$，$DF:6\sqrt{2}=6:12$，$12DF=36\sqrt{2}$，$DF=3\sqrt{2}$ (cm)

(ク)(ケ)　四角形BCDEは平行四辺形より，$DE=CB=6\sqrt{2}$ cmなので，$FE=6\sqrt{2}-3\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)
よって，$FG:GB=FE:CB=3\sqrt{2}:6\sqrt{2}=1:2$

④　DF//CB，$AD:AC=1:2$より，$\triangle ABC\backsim\triangle AFD$であり，$\triangle ABC$と$\triangle AFD$の相似比は，$2:1$
よって，$\triangle ABC:\triangle AFD=2^2:1^2=4:1$
したがって，$\triangle AFD$の面積は，$\dfrac{1}{4}$Scm²で，(四角形BCDF)=$\triangle ABC-\triangle AFD=S-\dfrac{1}{4}S=\dfrac{3}{4}S$(cm²)である。
また，四角形BCDEは平行四辺形なので，$BE=CD=6$cm
AC//EBより，$AG:BG=AC:BE=12:6=2:1$
ここで，$\triangle ABC$と$\triangle BCG$の底辺をそれぞれAB，BGとみると，高さが等しいので，面積比はAB : BGに等しい。
よって，$\triangle ABC:\triangle BCG=AB:BG=(AG+BG):BG=3:1$
したがって，$\triangle BCG$の面積は，$S\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}S$(cm²)
以上より，(四角形CDFG)=(四角形BCDF)$-\triangle BCG=\dfrac{3}{4}S-\dfrac{1}{3}S=\dfrac{5}{12}S$(cm²)

5

【正　解】　①　8(cm)　②　$\dfrac{128}{3}$(cm³)　③　$\dfrac{208}{3}$(cm³)

【解　説】

①　底面積は，$\dfrac{1}{2}\times6\times6=18$(cm²)だから，$18\times AD=144$，$AD=8$(cm)

②　$AP:PB=CQ:QB=2:1$より，PQ//ACであり，$\triangle ABC\backsim\triangle PBQ$である。$AB:PB=(AP+PB):PB=(2+1):1=3:1$
よって，$\triangle ABC$と$\triangle PBQ$の相似比は$3:1$であり，面積比は，$3^2:1^2=9:1$　したがって，四角形APQCの面積は，$18\times\dfrac{9-1}{9}=16$(cm²)
以上より，立体E－APQCの体積は，$\dfrac{1}{3}\times16\times8=\dfrac{128}{3}$(cm³)

③　右の図のように，DP，EB，FQの延長線の交点をRとすると，立体R－DEFは，底面を$\triangle DEF$，高さをREとする三角錐である。
PB//DEより，$PB:DE=RB:RE$，$1:3=RB:(RB+8)$，$3RB=RB+8$，$2RB=8$，$RB=4$(cm)
三角錐R－PBQと三角錐R－DEFは相似な立体であり，相似比がPB : DE＝1 : 3より，
体積比は，$1^3:3^3=1:27$
よって，立体PBQ－DEFの体積は，$\dfrac{1}{3}\times18\times(8+4)\times\dfrac{27-1}{27}=\dfrac{208}{3}$(cm³)